

Riksgäldskontorets modell för analys av löptidsval i kronskulden

1 Inledning

Avsikten med denna bilaga är att i något större detalj beskriva den modell som kontoret tagit fram för att studera effekterna av löptidsvalet för kronskulden. Vidare redovisas i avsnitt den känslighetsanalys som gjorts i form av partiella förändringar av de olika parametrar som styr simuleringsmodellen.

Det förtjänar att påpekas att detta är en modell under uppbyggnad. Modellen är därför i nuläget behäftad med ofullständigheter och brister, brister som också diskuteras kort nedan.

Modellen kan litet skissartat sägas bestå av två delmodeller; en simuleringsmodell som genererar stokastiska faktorer som räntor och lånebehov, och en delmodell som simulerar kronskuldsportföljens utveckling liksom olika kostnader för denna, betingat på de simulerade riskfaktorerna och en antagen upplåningsstrategi. Dessa två delmodeller beskrivs i avsnitten 2 och 3. Därefter beskrivs kort vilka simuleringsexperiment som genomförts och vilken tolkning man kan ge de framtagna resultaten. I det avslutande avsnittet redovisas den känslighetsanalys som genomförts.

2 Simulering av räntor och lånebehov

2.1 Konjunkturmodellen

Kärnan i simuleringsmodellen är en markovkedja som antar två värden, hög-, respektive lågkonjunktur. Markovprocessen beskrivs fullständigt av en matris av övergångssannolikheter, vars inverterade värden kan ges tolkningen av förväntad längd för respektive konjunkturregim.

Dessa sannolikheter har tagits fram med hjälp av den metod som föreslås i Hamilton (1988)¹, närmare bestämt med hjälp av programmet MSVAR, vilket beskrivs utförligt i Krolzig (1998)².

Hamiltons grundmodell är en autoregressiv (AR)-modell som har ett regimberoende väntevärde. Antagandet om att regimvariabeln följer en markovkedja gör att ett rättframt uttryck för likelihoodfunktion kan tas fram. Likelihoodfunktionen maximeras sedan med hjälp av numerisk optimering och ger upphov till estimat på parametrarna (AR-parametrarna, det regimberoende väntevärdet samt övergångssannolikheterna) som gör det så "sannolikt som möjligt" att den estimerade modellen skulle generera data som liknar de historiska data som vi observerat.

För denna övning har kontoret använt historiska BNP-data (på kvartalsbasis) ur nationalräkenskaperna för åren 1970 till 1998. I likhet med Hamilton (1988) säsongrensades serierna med ett X-11 filter.

Modellen som estimeras har följande form:

$$y_t - \mu_{S_t^*} = \phi_1(y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}^*}) + \phi_2(y_{t-2} - \mu_{S_{t-2}^*}) + \phi_3(y_{t-3} - \mu_{S_{t-3}^*}) + \phi_4(y_{t-4} - \mu_{S_{t-4}^*}) + \varepsilon_t$$

där y_t betecknar BNP, μ_s väntevärdet på kvartalstillväxten i BNP betingad på regimen S , vilken antas följa en markovkedja med fixa övergångssannolikheter. Feltermen ε_t antas slutligen vara normalfördelad med väntevärde noll och en konstant varians.

Maximum-likelihoodskattningarna ger upphov till följande parameterestimater:

Koefficient	Parameter-skattning	t-värde
$\mu_{\text{låg}}$	-0,0034872	1,8240
$\mu_{\text{hög}}$	0,0066541	5,0193
ϕ_1	-0,44095	4,2025
ϕ_2	-0,25730	2,2898
ϕ_3	-0,24291	2,3068
ϕ_4	-0,11920	1,3014

Parametrarna μ_s kan tolkas som tillväxttakten per kvartal i respektive regim. Dessa antar rimliga tecken och är signifikant skilda från varandra. De övriga parametrarna avgör anpassningshastigheten mot jämviktstillväxttakten.

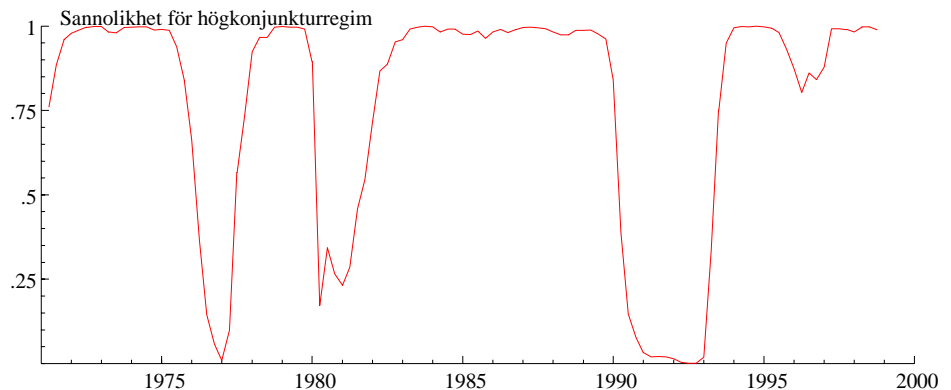
Den huvudsakliga användningen i denna applikation är dock skattningen av övergångsmatrisen. Övergångssannolikheten från hög- till lågkonjunktur

¹ Se Hamilton (1988), "Rational-Expectations Econometric Analysis of Changes in Regime. An Investigation of the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, s. 385-423.

² Se Krolzig (1998), "Econometric Modelling of Markov-Switching Vector Autoregressions using MSVAR for Ox", working paper, Institute for Economics and Statistics, Oxford University.

skattas till 0,053 och den omvända, från låg- till högkonjunktur till 0,19. Översatt till tidsperioder motsvarar detta en genomsnittlig längd för en högkonjunktur om 18,8 kvartal och motsvarande 5,24 kvartal för en lågkonjunktur³.

Som en illustration av konjunkturmodellens implikationer kan man (i enlighet med Hamilton (1988)) filtrera fram de regimsannolikheter som modellen implicerar för de historiska data som använts. Dessa syns i figuren nedan och svarar tämligen väl mot den ekonomiska historieskrivningen för Sverige:



De enda parametrar som sedan används för dessa simuleringsövningar är övergångssannolikheterna. I varje simulerad tidsperiod dras ett slumpstal med en fix sannolikhet för hög- respektive lågkonjunktur givet vilken regim som man befinner sig i under innevarande period. Modellen använder alltså mycket litet av explicita prognoser. Den enda prediktion som används är en startregim för innevarande period och hur länge denna period i genomsnitt varar. I den valda parameteriseringen har dock ytterligare prognosinformation tillförts i så måtto att en viss låsningsfas för högkonjunkturen, omfattande ett år, lagts fast. Detta innebär att alla de markovkedjor som genereras inleds med ett år av högkonjunktur. Först därefter börjar de stokastiska skiften mellan de båda regimerna i enlighet med den estimerade övergångsmatrisen.

Basen i varje Monte Carlo-replikation är alltså en serie av regimtillstånd. Betingade på dessa genereras sedan räntor och lånebehov i enlighet med beskrivningen i de båda följande avsnitten.

2.2 Avkastningskurvan

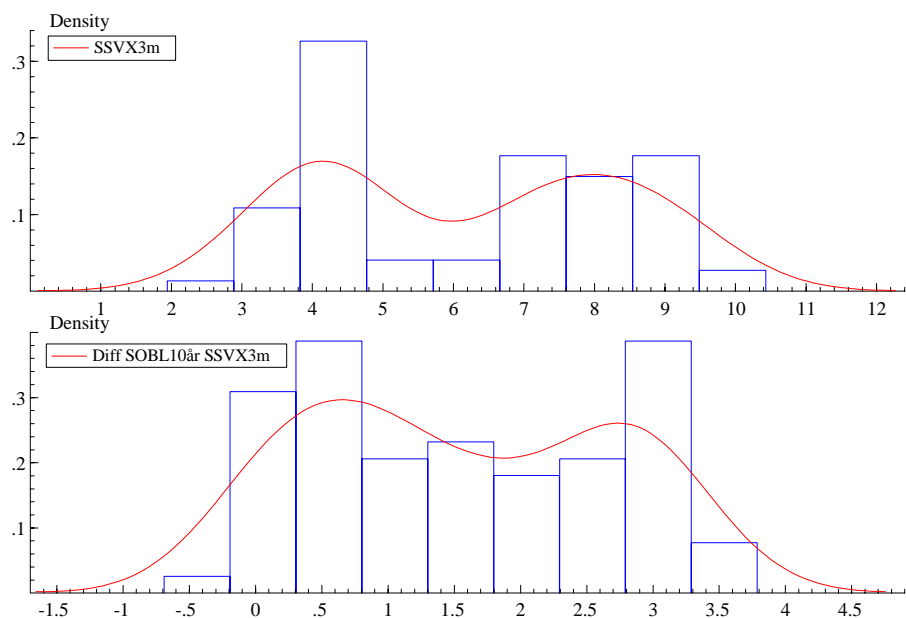
I huvudskrivelsen beskrivs den process som genererar avkastningskurvan som en slags tvåfaktormodell. Modellen är ingen teoretiskt rigorös faktormodell, utan skapar på ett ganska ad-hocmässigt sätt avkastningskurvor utifrån från två bakomliggande faktorer, nämligen korträntan och spreaden. Dessa två faktorer har sedan var sitt väntevärde

³ Kontorets modell använder månader som tidsenhet, varför durationen i kvartal multiplicerats med en faktor tre och sedan inverterats för att ge den regimsannolikhet som faktiskt används i simuleringarna.

som är regimberoende. Faktorernas ömsesidiga beroende modelleras stiliserat med en varians-kovariansmatris som är regimberoende även den.

Inspirationen att modellera ränteprocesser med regimskiftsmodeller kommer, bortsett från MSDW-modellen, från Ang och Bekaert (1998)⁴, som påvisar förekomsten av olika regimer i räntestrukturen kopplade till konjunkturcykeln. De undersöker i uppsatsen räntor i USA, Tyskland och Storbritannien. Förenklat är perioder av lågkonjunktur förknippade med relativt sett högre korträntor och en flack eller inverterad avkastningskurva, medan man i högkonjunktur observerar en lägre kortränta och med en brantare avkastningskurva.

Som utgångspunkt för den grundparameterisering kontoret valt har följande bilder använts. De visar histogram och s.k. kernelestimat⁵ för tremånadersräntan och differensen mellan tioårsräntan och tremånadersräntan. De data som använts är månadsdata för svenska statspapper under perioden 1993:1 till 1999:6.



Bilden visar ganska tydligt upp en bimodal fördelning, vilken typiskt kan återskapas med hjälp av en regimskiftsmodell. Med utgångspunkt från kernelestimaten valdes en grundparameterisering där korträntan är 4 (8) procent och spreaden 3 (0,5) i hög(låg)konjunkturregimen. Variansen för korträntan sattes till ett och variansen för spreaden till 0,6 i båda regimerna.

I de faktiskt simulerade serierna skiftar alltså väntevärdet med regimen. Detta sker dock med en viss tröghet genom att kortränte- och spreadprocesserna får följa en AR(1)-process med ett betydande mått av tröghet; AR-parametern sätts ad-hocmässigt till 0,9 för båda processerna.

⁴ Se Ang & Bekaert (1998), "Regime Switches in Interest Rates", working paper, Graduate School of Business, Stanford University.

⁵ Kernelestimatoren är en icke-parametrisk metod där ett i princip kontinuerligt histogram tas fram genom att man låter basen för varje histogramrektangel gå mot noll.

För att återskapa en kurvatur som erinrar om faktiska avkastningskurvor har sedan följande procedur använts.

1. För varje månad beräknas avvikelser mellan en rät linje dragen från tremånadersräntan till tioårsräntan och de övriga löptider som modelleras (sex månader, nio månader, tolv månader, två år samt fem år). För varje sådan löptid körs sedan en regression (över tiden) på en konstant och den dragna linjens lutning.
2. Skillnaden mellan det predikterade värdet för varje modellerad löptid och det observerade värdet för samma tidsperiod beräknas och sparas som modellresidualer.
3. Betingat på vilken regim man befinner sig i dras värden på tremånadersräntan och spreaden.
4. Betingat på dessa värden görs prediktioner för övriga löptider sex månader, nio månader, tolv månader, två år samt fem år).
5. Från de estimerade residualerna dras, med återläggning, slumpmässigt residualer för var och en av de modellerade löptiderna och adderas sedan till respektive löptids ränteprediktion. De residualer som tillfogas olika löptider vid en och samma modellerade tidpunkt dras från en och samma historiska tidpunkt. Dessutom dras residualerna i block över tiden för att ta hänsyn till den seriekorrelation som finns. Efter att ha inspekterat korrelogrammet för residualerna valdes blocklängden fem månader. (Detta är en s.k. ”moving blocks bootstrap”. En mer utförlig presentation finns t.ex. i Efron och Tibshirani (1993).⁶)

Denna procedur återskapar avkastningskurvor som utseendemässigt motsvarar de kurvor som faktiskt observerats över den aktuella tidsperioden tämligen väl. Realismens hos avkastningskurvorna är givetvis en tilltalande egenskap, samtidigt som beroendet av att historien i någon mening upprepar sig blir större.

Ett alternativ som med fördel skulle kunna undersökas vore att använda en mer teoretiskt rigorös modell, t.ex. en tvåfaktorvariant av Cox, Ingersoll och Ross (1985)⁷, vilken möjligen också skulle kunna förses med parametrar som varierar över tiden.

2.3 Lånebehovet

Utgångspunkten för lånebehovsmodelleringen är det mål som regeringen ställt upp för överskotten i de offentliga finanserna över konjunkturcykeln. Detta mål ger tillsammans med de modellerade konjunkturcyklerna används för att generera ett modellkonsistent lånebehov.

Mer specifikt är proceduren den följande.

⁶ Se Efron & Tibshirani (1993), ”An Introduction to the Bootstrap”, Chapman & Hall, New York.

⁷ Se Cox, Ingersoll & Ross (1985), ”A Theory of the Term Structure of Interest Rates”, *Econometrica*, 53, s. 385-403.

1. Parameteriseringen av konjunkturcykelns längd ger tillsammans med de ovan skattade tillväxttalen i respektive regim en förväntad real tillväxt över konjunkturcykeln.
2. Denna omvandlas schablonmässigt till nominell tillväxt genom antagandet att Riksbankens inflationsmål om två procents inflation håller i genomsnitt.
3. Av det tvåprocentiga överskottet över konjunkturcykeln antas en halv procent användas för amorteringar på statsskulden. (Övriga överskott är hänförliga till pensionssystemen och den kommunala sektorn.)
4. Detta ger upphov till ett ekvationssystem med två obekanta, nämligen lånebehovet för respektive regim, vilket löses och utgör grundparameteriseringen för väntevärdet av lånebehovet.
5. Skiftet mellan de båda väntevärderna sker även här gradvis med hjälp av en pålagd AR(1)-process.

En mindre lyckad egenskap hos modellen är att skift i lånebehov och avkastningskurva sker simultant, om än med en viss anpassningstid. En naturlig utveckling vore att låta de finansiella marknaderna föregripa den reala utvecklingen, och därmed låta avkastningskurvan byta regim innan lånebehovet gör detta. På grund av tidens knapphet har denna egenskap inte hunnit inkorporeras i modellen ännu.

3 Simulering av kronskuldportföljen

3.1 Initial portfölj och grundläggande definitioner

Utgångspunkten för simuleringen är den faktiska portföljen av statsobligationer och statsskuldväxlar så som den såg ut i slutet av maj 1999. Detta är en del av den portfölj som var utgångspunkten för MSDWs analys och den beskrivs av en matris med tre kolumner, vars första tio rader ser ut på följande sätt:

43 554	199 961	10 218
11 998	39 195	0
24 197	76 428	3 005
33 884	140 648	0
9 998	28 956	2 164
10 000	29 299	0
33 994	115 121	0
0	0	4 577
0	0	4 414
28 994	89 191	0
...

Varje rad i matrisen motsvarar en månad. Den första av de tre kolumnerna innehåller nominella värden på förfallande lån. Under första månaden förfaller alltså 43 554 miljoner, under andra månaden förfaller 11 998 miljoner osv. Den första kolumnen är med andra ord den initiala skuldportföljens förfalloprofil.

Den andra kolumnen innehåller produkten av beloppet i första kolumnen och den genomsnittliga ränta som detta belopp lånats upp till, i tusental

kronor. Den del av skulden som förfaller under första månaden har alltså lånats upp till i genomsnitt $199\,961 / 43\,554 = 4,5911\%$.

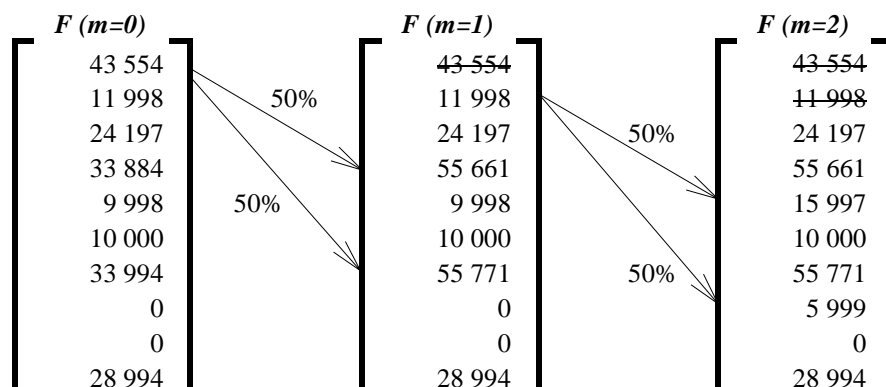
Den tredje kolumnen innehåller det nominella värdet av kupong- och räntebetalningar som skulden ger upphov till i den aktuella perioden.

Om man delar upp matrisen i tre kolonnvektorer F (förfall), GE (genomsnittlig emissionsränta multiplicerat med förfall) och K (kuponger och räntebetalningar) och dessutom definierar en kolonnvektor T innehållande talen (1, 2, 3, ...N), där N är antal rader i F , kan man definiera tre av de värden som beräknas i kontorets modell⁸

- genomsnittlig emissionsränta för hela den initiala portföljen: $\text{summa}(GE) / \text{summa}(F)$
- genomsnittlig löptid i månader för den initiala portföljen: $\text{summa}(F.*M) / \text{summa}(F)$
- genomsnittlig räntebindningstid i månader för den initiala portföljen: $\text{summa}((F+K).*M) / \text{summa}(F+K)$

3.2 Simulering av portföljens utveckling över simuleringshorisonten

Portföljens utveckling simuleras månadsvis över 20 år. För varje månad refinansieras summan av förfallande lån och det simulerade lånebehovet enligt olika statistiska refinansieringsstrategier. I de simuleringar som kontoret gjort hittills påverkar alltså inte kupongbetalningar direkt hur mycket som skall lånas i en viss period. Det lånebehov som simuleras antas istället vara nettolånebehovet, dvs. inklusive räntor på statsskulden. Antag för enkelhets skull att nettolånebehovet i varje period är noll, dvs. det är endast förfallande lån som refinansieras. Antag vidare en enkel refinansieringsregel som säger att hälften av upplåningen skall göras på tre månaders löptid, och andra halvan på sex månaders löptid. F kommer då att utvecklas enligt följande:



⁸ I det följande används en pseudokods-notation som liknar exempelvis MATLABs syntax. Punkt före operand betyder element för element-operation, dvs $F.*M$ ger alltså en vektor A , där $A(1)=F(1)*M(1)$ osv. $\text{Summa}(F)$ är helt enkelt summan av alla element i F . Indexering av elementen två till fem i vektorn F skrivs $F[2:5]$. $F(m=2)$ används för att beteckna vektorn F som den ser ut vid månad 2, $m=2$.

Skuldens totala nominella värde vid varje månad m beräknas genom att alla framtida förfall summeras, dvs:

$$\text{Nom}(m) = \text{summa}(F(m)[m:N]).$$

Den genomsnittliga löptiden beräknas genom att tiden till varje framtida förfall vägs med förfallets nominella värde:

$$\text{Löptid}(m) = \text{summa}(F(m)[m:N] \cdot T) / \text{Nom}(m)$$

De nya lånen tas upp till de räntor som simulerats för de aktuella månaderna. Räntor simuleras för löptiderna tre, sex och tolv månader, samt två, fem och tio år. Dessa löptider sammanfaller med de löptider som kontoret i modellen kan emittera på, vilket innebär att det för varje nyemitterat lån alltid finns en explicit modellerad ränta. Man behöver därmed aldrig interpolera på den simulerade avkastningskurvan för att räntesätta nya lån. Antag att räntorna för de två kortaste löptiderna utvecklats enligt följande tabell:

Löptid	Månad	
	$m=1$	$m=2$
3 mån	3.05%	3.10%
6 mån	3.47%	3.60%

De räntor som de nya lånen tagits upp till skall påverka den utestående skuldens genomsnittliga emissionsränta. Kolonnvektorn GE kommer att uppdateras på följande sätt:

	$GE(m=0)$	$GE(m=1)$	$GE(m=2)$
1	199 961	199 961	199 961
	39 195	39 195	39 195
	76 428	76 428	76 428
2	140 648	207 068	207 068
	28 956	5 28 956	6 47 553
	29 299	29 299	29 299
3	115 121	4 190 687	190 687
	0	7 0	8 21 596
	0	0	0
	89 191	89 191	89 191

Värdet vid (1) är produkten av genomsnittlig emissionsränta och nominellt belopp i det löptidssegmentet som det såg ut innan de nya emissionerna gjordes. Värdet vid (2) har sedan beräknats genom att produkten av det som finansieras på 3 månader och tremånadersräntan läggs till värdet vid (1). Med siffrorna i exemplet ovan:

$$140\,648 + 0,5 \cdot 43\,554 \cdot 3,05\% \cdot 100 = 207\,068$$

Värdena vid (3) och (4) hänger samman på motsvarande sätt:

$$115\,121 + 0,5 * 43\,554 * 3,47\% * 100 = 190\,687,$$

liksom även värdena vid (5) och (6), respektive (7) och (8).

Hela den utestående skuldens genomsnittliga emissionsränta i period m erhålls av:

$$\text{genomsnittlig emissionsränta}(m) = \frac{\text{summa}(GE(m)[m:N])}{\text{summa}(F(m)[m:N])}$$

De räntebetalningar som de nya lånen ger upphov till placeras i K , på de rader som motsvarar de månader då räntebetalning sker. I den strategi som exemplet utgår ifrån lånas endast i löptider som understiger ett år och det blir följaktligen endast en räntebetalning, vid förfall, per lån. I strategier där nya tioåringar emitteras kommer dock årliga kuponger att läggas ut i K . (Nya obligationer emitteras alltid till par, dvs. kupongen på ett tioårslån blir lika med den simulerade tioårsräntan för den period då lånet emitteras.)

K används för att beräkna räntebindningstid samt kvoten mellan skuldens marknadsvärde och nominella värde. Räntebindningstiden beräknas genom att tiden till varje kassaflöde, räntebetalning eller förfall, vägs med kassaflödets nominella värde:

$$\text{räntebindningstid}(m) = \frac{\text{summa}((F(m)[m:N] + K(m)[m:N]) * T[1:N-m])}{\text{summa}(F(m)[m:N] + K(m)[m:N])}$$

Skuldens marknadsvärde beräknas som:

$$\text{marknadsvärde}(m) = \text{summa}((F(m)[m:N] + K(m)[m:N]) * DF[1:N-m]),$$

där DF är en vektor med diskonteringsfaktorer, beräknad utifrån den simulerade avkastningskurvan. De sex explicit simulerade punkterna på avkastningskurvan omvandlas till diskonteringsfaktorer enligt

$$df = \frac{1}{(1+r)^t}.$$

Härigenom erhålls diskonteringsfaktorerna för 3, 6, 12, 24, 60 och 120 månaders löptid. Diskonteringsfaktorer för alla övriga löptider (upp till den månad då den längsta obligationen i den utestående skulden förfaller) interpoleras/extrapoleras med en s.k. splinefunktion.

3.3 Undersökta strategier

De strategier kontoret undersökt har varit formulerade i termer av hur stora andelar av upplåningen som skall göras på olika löptider, exempelvis som ovan att refinansiera hälften av det totala lånebehovet på tre månader och hälften på sex månader. Det finns i princip ett oändligt antal sätt att fördela upplåningen på olika löptider. Om man inför begränsningen att

fördelningen av upplåningen på de löptider som en strategi emitterar i måste vara jämn, det vill säga att i varje strategi som emitterar i fyra olika löptideri måste en fjärdedel emitteras i var och en av löptiderna, begränsar man antalet möjliga kombinationer. Nedstående tabell visar hur många kombinationer man kan skapa genom att emittera i en, två osv. av sex möjliga löptider:

<i>Antal löptider</i>	<i>Antal kombinationer</i>
1	6
2	15
3	20
4	15
5	6
6	1

Summa: 63

Utöver dessa 63 strategier har kontoret mer ad hoc-mässigt definierat knappt tjugo strategier. Dessa strategier har valts på ett sådant sätt att vissa luckor i löptidssegment fyllts ut.

De undersökta strategierna leder i de flesta fall till steady state-portföljer, dvs. portföljer vars förfalloprofil är konstant över tiden. Med konstant över tiden menas att det alltid är lika stor andel av skulden som förfaller ett givet antal månader fram i tiden. Vissa strategier uppnår dock inte steady state över simuleringshorisonten, eftersom emissionsstrategin är sådan att steady state inte uppnås förrän efter mycket lång tid. Enstaka emissionsstrategier leder överhuvud taget inte till steady state. Ett exempel på en sådan strategi är den att endast emittera nya tioåringar. Den initiala förfalloprofilen kommer att visserligen att förändras, men så småningom blir den statisk och rullas endast över tiden.

3.4 Förenklningar

I det förenklade exemplet ovan antogs att lånebehovet hela tiden är noll. I praktiken har modellen parameteriserats så att lånebehovet i genomsnitt är negativt, dvs. skulden kommer att amorteras.

Under vissa perioder kan det vara så att det budgetöverskottet är större än förfallande lån, dvs. bruttolånebehovet är negativt. Som modellen nu är specificerad kommer detta överskott att placeras till nästa månad, då det återigen minskar bruttolånebehovet. Om bruttolånebehoven är negativa under lång tid kommer så småningom stora tillgodahavanden med en månads löptid att byggas upp. Även om den egentliga skulden fortfarande är stor kan den uppvägas av de stora placeringarna, så att summan närmar sig noll. Att beräkna genomsnittlig emissionsränta och genomsnittlig löptid på en portfölj där tillgångarna och skulderna är i samma storleksordning innebär ofta problem. De beräknade värdena är inte sällan icke-informativa eller till och med odefinierade. Detta problem är inte specifikt för kontorets modell, utan gäller i allmänhet. Ett exempel är durationen på ett swapavtal,

som då swapen ingås är odefinierad och vid övriga tidpunkter ofta utgörs av ett stort positivt *eller* negativt tal.⁹

I replikationer där ekonomin uppvisar långa perioder av högkonjunktur och skulden därmed amorteras kraftigt kommer beräkningen av genomsnittlig löptid och genomsnittlig emissionsränta att ge absurda resultat. I kontorets modell avbryts därför beräkningen av dessa mått då nettoskuldens nominella värde understiger 100 miljarder. Genomsnittlig emissionsränta och genomsnittlig löptid ansätts då värdet noll. För att dessa nollvärden inte skall påverka medelvärden och varians över simuleringsperioden, exkluderas de innan tidseriernas medelvärde och varians beräknas.

Ett alternativ till att placera överskott till påföljande månad är att istället genomföra återköp av utestående lån. Återköp skulle antingen kunna ske i vissa specifika löptidssegment eller, vilket dock är mindre realistiskt, proportionellt över hela förfalloprofilen. Speciellt vid stora överskott vore denna typ av modellspecifikation att föredra, eftersom problemen med förvrängda värden på genomsnittlig emissionsränta och löptid då skulle undvikas. Kontoret kommer troligtvis att förfina modellen i detta avseende under det kommande året.

4 Monte Carlo-experimenten

De experiment som genomförs har alla samma principiella uppbyggnad; en tidsserie av avkastningskurvor genereras vilken sedan används för att beräkna kostnader och variationerna i dessa för en given emissionsstrategi. Under det att vi konstanthåller både emissionsstrategin och de antaganden som ligger bakom avkastningskurvorna, upprepas experimentet ett stort antal gånger, låt säga tusen, varvid de kostnads- och variationsmått som är av intresse åter beräknas.

Eftersom den datagenererande processen (DGP:n) är stokastisk kommer varje nytt experiment att ge upphov till en ny realisering av de kostnadsmått, eller mer generellt de statistikor som vi beräknar. På så sätt erhåller vi tusen realiseringar av varje statistika vi beräknar, vilka utgör respektive statistikas simulerade stickprovsfördelning. Stickprovsfördelningen är en beskrivning av hur den aktuella statistikan förväntas variera när vi återupprepar ett visst experiment. Det bakomliggande tankeexperimentet är alltså att om den modell vi konstruerat rätt förmår beskriva de närmaste, låt säga 20, åren, och om vi kunde genomleva och observera utfallen av dessa 20 år ett stort antal gånger, skulle våra observationer se ut som den beräknade stickprovsfördelningen. Användningen av stickprovsfördelningen är huvudsakligen att testa hypoteser kring en viss statistika; om sannolikheten att observera ett visst värde i stickprovsfördelningen är liten, förkastar vi hypotesen att den undersökta statistikan skulle kunna tänkas anta detta värde.

⁹ Däremot är en swaps durationspåverkan på en portfölj väldefinierad.

Några ytterligare kommentarer förtjänar att göras.

- 1) Teoretiskt kan man försöka hitta ett analytiskt uttryck för stickprovsfördelningen, vilken är en funktion av DGP:n och stickprovsstorleken. Problemet är att detta uttryck även för jämförelsevis oskyldiga problem kan bli förfärande komplicerat om man inte till exempel låter antalet tidsperioder gå mot oändligheten. Lösningen är istället att försöka åstadkomma en numerisk approximation av stickprovsfördelningen genom ett Monte Carlo-experiment.
- 2) Stickprovsfördelningen är direkt beroende av stickprovets storlek, vilken i detta fall är antalet tidsperioder. Till exempel kommer ett medelvärde beräknat från ett litet antal tidsperioder att ha en stickprovsfördelning med en mycket stor varians, medan ett dito beräknat på ett mycket stort antal tidsperioder knappt kommer att ha någon varians alls. Poängen är att om man vill använda stickprovsfördelningen för att mäta risken i en viss strategi, måste man hålla i minnet att denna risk (om den mäts som variationen runt ett beräknat medelvärde) är en direkt och avtagande funktion av det antalet tidsperioder vi valt för experimentet.
- 3) Om vi jämför stickprovsfördelningar för två statistikor måste vi ta hänsyn till att dessa kan vara mer eller mindre korrelerade. För att testa en hypotes som rör skillnaden mellan två statistikor bör denna skillnad beräknas för varje Monte Carlo-replikation. Därefter används stickprovsfördelningen för skillnaderna för att testa olika hypoteser.

Den modellgenererade varians som finns i de gjorda experimenten har inte särredovisats av utrymmesskäl; kontoret har valt att endast peka på generella tendenser i de gjorda experimenten, snara än att dra växlar på resultatens absoluta storlek. För att ge en känsla för precisionen i resultaten redovisas nedan två gjorda experiment vilka grovt kan jämföras med de experiment som gjorts i MSDW-modellen och som endast omfattar emissioner i kronskulden. Experimentet är en förkortning av räntebindningstiden från knappa fyra år till drygt ett.

	RGK		MSDW	
<i>Experiment</i>	<i>Medelv($\bar{R}\bar{Y}$)</i>	<i>Stdav($\bar{R}\bar{Y}$)</i>	<i>Medelv($\bar{R}\bar{Y}$)</i>	<i>Stdav($\bar{R}\bar{Y}$)</i>
MSDW 9	6,79	0,22	5,33	0,59
MSDW 10	5,32	0,43	5,26	0,73

Några kommentarer förtjänar att göras:

- 1) Nivåerna i sig är en direkt följd av avkastningskurvans parameterisering. Vad som är intressantare att jämföra är skillnaderna mellan medelvärdena för de olika strategierna satta i relation till de estimerade standardavvikelseerna för stickprovsfördelningarna. Förändringen i medelvärdet är påfallande liten för MSDW modellen givet den aggressiva förkortning som modelleras. Den stora skillnaderna mellan modellerna kan måhända förklaras av att RGK-modellen parameteriserats med tämligen branta kurvor i högkonjunktur¹⁰.

¹⁰ I nuläget är det, på grund av orsaker som tidigare redovisats, ännu oklart om varför MSDW-modellen förefaller generera så pass flacka kurvor.

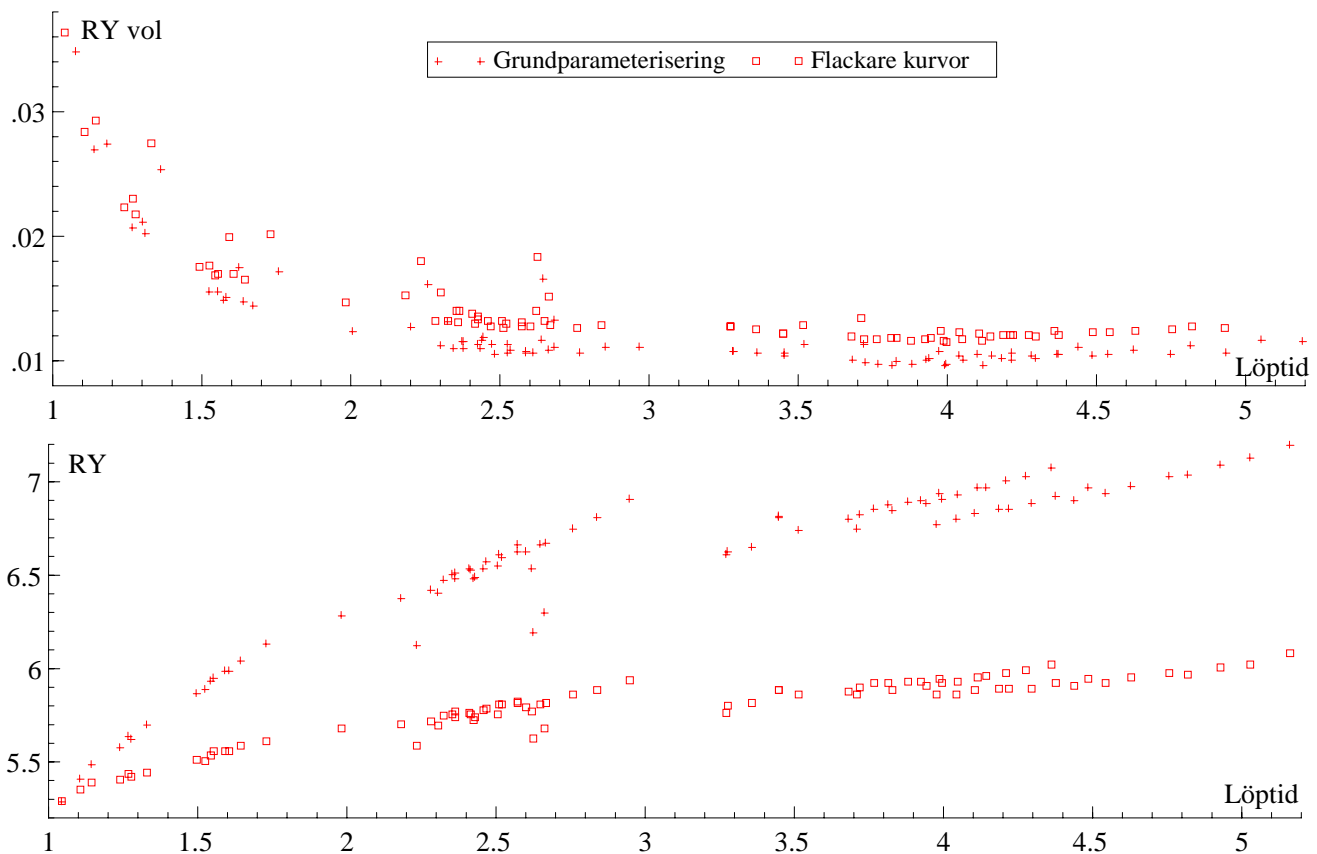
- 2) Stickprovsfördelningarna kan vara högt korrelerade. Det är dock värt att notera att även om de vore helt okorrelerade skulle skillnaden i RGK-modellen vara signifikant medan resultatet i MSDW-modellen vore insignifikant även vid en extremt hög korrelation.
- 3) Anledningen till skillnaden är med stor sannolikhet den bakomliggande datagenererande processen. RGK-modellen modellerar konjunkturskiftet på i stort sett samma vis som MSDW-modellen, medan RGK-modellen är mer ambitiös i modellerandet av själva avkastningskurvan, vilket allt annat lika borde tala för en högre varians i RGK-modellen. De återstående förklaringskandidaterna är därmed de oljechocker och de regimskift i penningpolitiken som MSDW-modellen har men RGK-modellen saknar.

Exercisen ovan syftar inte till att försöka påvisa RGK-modellens överlägsenhet; detta är bara ett av kontoret subjektivt utvalt experiment. Snarare vill övningen belysa vikten av att källorna till varians är väl förstådda i en modell som denna och vikten av att man vidtar experiment där den datagenererande processen modifieras för att öka förståelsen för processen. Några exempel på detta ges i det avslutande avsnittet.

5 Känslighetsanalys

5.1 Flackare kurvor

De avkastningskurvor som genereras genom grundparameteriseringen av modellen är tämligen branta under högkonjunkturperioden. En naturlig alternativ parameterisering är därför att låta spreaden, som i utgångsläget har värdet 4 procent i högkonjunkturregimen minska. Med i övrigt identiska parametrar och en högkonjunkturspread på i genomsnitt en procent får vi följande utfall. Figuren visar först volatiliteten i RY och därefter RY som en funktion av löptiden, för såväl grundparameteriseringen som för den alternativa parameteriseringen.

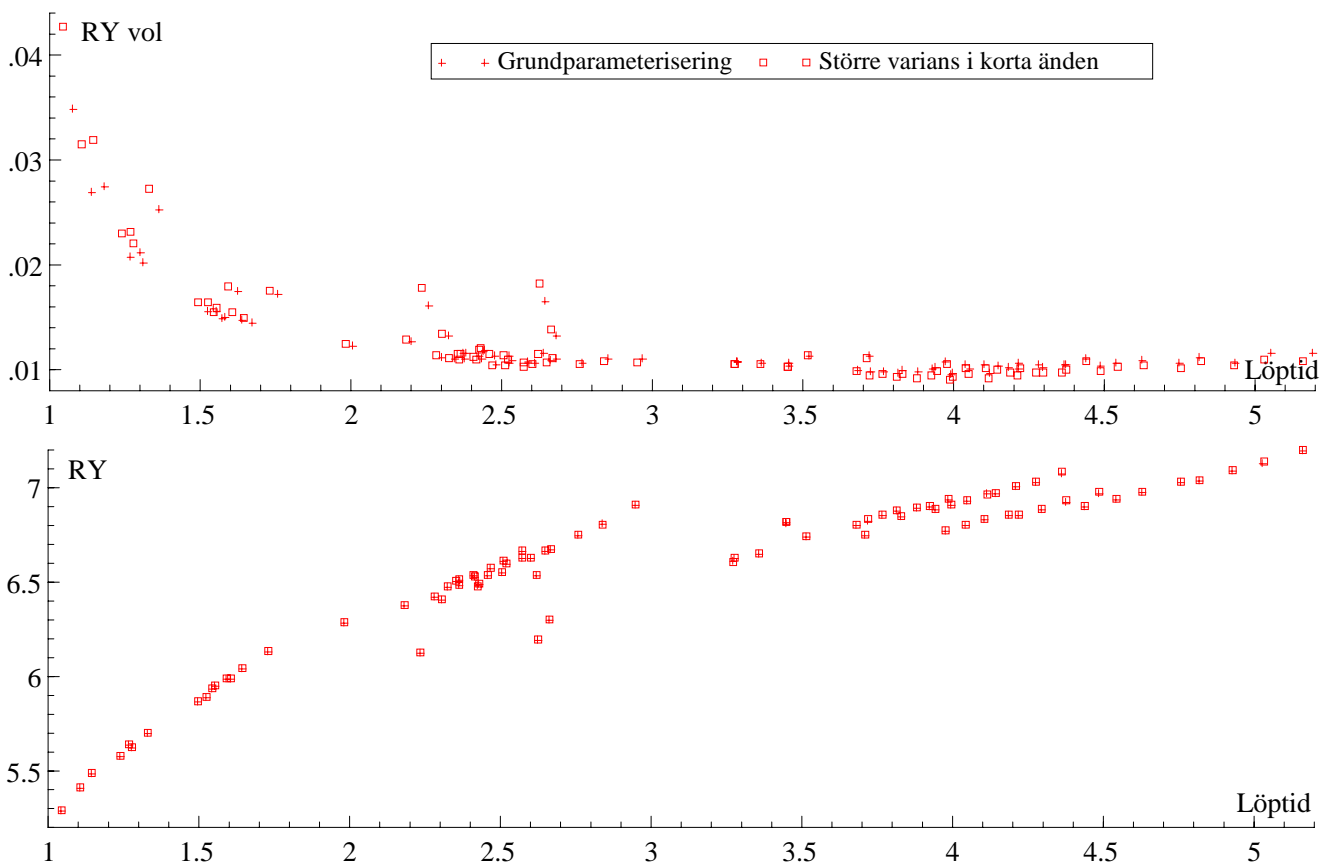


Helt i enlighet med vad som var att förvänta, faller RY systematiskt med alternativparameteriseringen. Avkastningen på en förkortningsstrategi blir därmed mindre. Volatiliteten i RY ökar också systematiskt. Två förklaringar kan anges. För det första så är den genererade variansen konstant i absoluta tal. Detta innebär att den uppmätta volatiliteten i RY, som mäter relativa skillnader, blir större när nivån på RY faller. För det andra så innebär de flackare kurvorna i högkonjunktur att skillnaderna mellan hög och lågkonjunkturkurvorna blir större. För ett konstant antal diskreta skift blir rimligen volatiliteten i de genererade ränteserierna större om avståndet mellan ”skiftlägena” ökar.

Det huvudsakliga resultatet från grundanalysen, att ingen större ökning i volatiliteten blir följden av en förkortning från dagens nivåer, tycks emellertid stå sig.

5.2 Mer volatila korträntor

Ett mer direkt test av huvudresultatet är att öka variansen i den korta änden av avkastningskurvan. Figuren nedan illustrerar resultatet av en fördubbling av variansen därstädes.



Kostnadsbilden förändras inte i genomsnitt vilket förefaller intuitivt rimligt. Variansen ökar i RY ökar visserligen, men detta sker påtagligt först när löptiden förkortas ganska radikalt. Tolkningen att endast en begränsad mängd av den större volatiliteten absorberas längre ut på avkastningskurvan, och att det är absorptionseffekten som dominerar får här ytterligare stöd. Huvudslutsatsen kvarstår alltså.

5.3 Längre lågkonjunkturer

Till sist har även ett experiment gjorts där längden på en typisk lågkonjunktur fördubblas, från 15 månader till 30. Kostnaden ökar, eftersom lågkonjunkturkurvan i genomsnitt är belägen högre upp än högkonjunkturkurvan. Variansen förändras endast marginellt, och experimentet ger ingen anledning att revidera huvudslutsatsen om den låga förväntade variansökningen från en förkortning i intervallet mellan 2,5 och fyra år.

