

En analytisk approximation för relativ Cost-at-Risk

av Anders Holmlund

1. Inledning

Riksgäldskontoret har utvecklat en enkel modell för att ta fram en ungefärlig siffra för relativ Cost-at-Risk på kort sikt för den svenska statsskulden. Metoden bygger inte på simulering utan på analytiska beräkningar.

Det analytiska RCaR-måttet visar hur mycket högre än förväntat räntekostnaderna kan bli på ett års sikt. Det är alltså ett relativt snarare än absolut mått. De förväntade räntekostnaderna baseras på ett läge där räntor och valutakurser är oförändrade, och inflationstakten är två procent enligt Riksbankens mål.

I "Statsskuldens förvaltning – förslag till riktlinjer" beskriver RGK det nya måttet och hur det påverkas av skuldens egenskaper. I förslaget finns också en beskrivning av hur måttet är tänkt att användas i statsskuld förvaltningen. I denna tekniska pm beskrivs exakt hur det beräknas och vilka data som använts i analysen i riktlinjeförslaget.

2. RGK:s modell för att approximera relativ Cost-at-Risk

I princip finns tre riskfaktorer för kostnaden för skulden: räntenivån (alla skuldslag), valutakursen (valutaskulden) och inflationen (realskulden).

Om *räntan* stiger under ett år, ökar skuldens snittränta med ränteuppgången multiplicerat med den andel av skulden som ränteomsätts. Ränteomsättning antas i denna enkla modell vara lika med det som förfaller. Svenska och utländska räntor antas vara perfekt korrelerade, medan reala räntor antas variera hälften så mycket som nominella.

Om *kronan* försvagas under ett år, ökar kupongbetalningarna på valutaskulden mätt i svenska kronor. Dessutom realiseras en större (mindre) valutaförlust (valutavinst) på den del av valutaskulden som förfaller.¹

Om *inflationen* blir högre än förväntat under året, ökar kupongutbetalningarna på den reala skulden. Dessutom realiseras mer inflationskompensation på den del av realskulden som förfaller.

Med utgångspunkt i hur mycket som förfaller det närmaste året, andelarna real- och valutaskuld, samt skuldens

snittkupong, kan man beräkna hur mycket kostnaderna ökar för en enhets ökning i varje riskfaktor. Med hjälp av historiska, optionsimplicita eller antagna samband mellan faktorerna kan man därefter beräkna konfidensintervall för kostnadsuppgångar. Med andra ord kan vi på detta enkla sätt ta fram en *analytisk approximation* för RCaR.

Ovanpå de finansiella variablerna kan man lägga oväntade ökningarna i det primära lånebehovet. Sådana ökningarna antas bli finansierade enligt hur skulden är sammansatt från början.

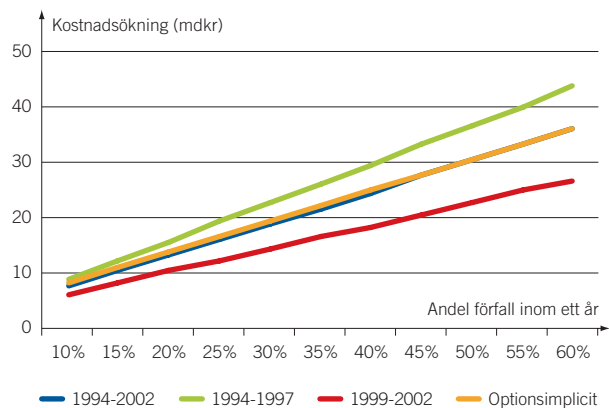
Alla ekvationer finns i avsnitt 4.

3. Relativ Cost-at-Risk som funktion av förfalloprofil och valutaandel

Grafen visar relativ CaR som funktion av andel årliga förfall, baserat på olika historiska perioder, samt data från optionsmarknaden.

95% RCaR på ett års sikt

(Konstant valutaandel 29%, realandel 14%. Ingen chock i primärt lånebehov)



RCaR ökar linjärt med andelen förfall inom ett år. Detta är konsekvent med slutsatserna i RGK:s rapport "Duration, förfalloprofil och risken för ökade kostnader för statsskulden", som pekade på att andelen årliga förfall är en bättre riskindikator än duration.

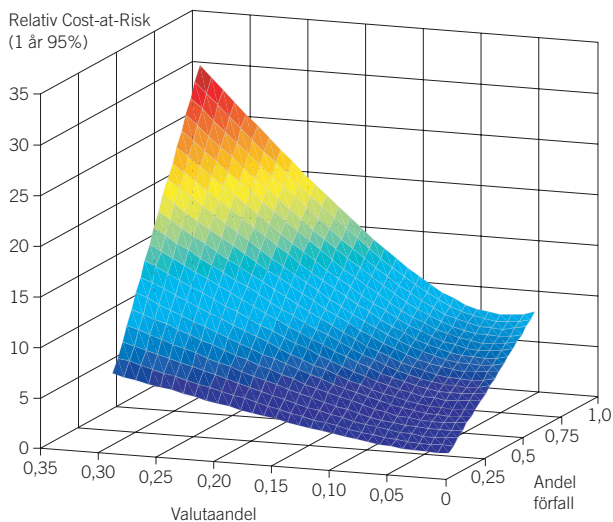
Beroende på vilken historisk period vi utgår från ökar RCaR med mellan två och fyra miljarder för varje femprocents-

¹ Med kostnad menar vi här ekonomiska kostnader. En skillnad mot kassamässiga kostnader är att man anser valutakursförluster realiserade när lånen förfaller, oavsett om man refinansierar lånet eller inte. Om synsättet i stället vore kassabaserat skulle vi se på andelen som amorteras snarare än andelen som förfaller.

steg på förfalloprofilen. Valutaandelen påverkar denna siffra – med lägre valutaandel ökar relativ CaR långsammare om man ökar andelen årliga förfall.

Det är därför intressant att se på relativ CaR som tredimensionell funktion av förfalloprofil och valutaandel.

Relativ Cost-at-Risk som tredimensionell funktion



Grafen baseras på tolv månaders förändringar under perioden 1998-2002.

För den här tidsperioden ökar CaR med 2,3 miljarder kronor för varje femprocentig ökning av förfalloprofilen, om valutaandelen är 30 procent. Med halverad valutaandel ökar CaR med 1,2 miljarder kronor för samma intervall på förfalloprofilen.

Samma mönster gäller om man håller valutaandelen konstant och varierar förfalloprofilen. Valutaandel och förfalloprofil har alltså en ömsesidigt förstärkande effekt på relativ Cost-at-Risk.

4. Antaganden och ekvationer för relativ Cost-at-Risk ²

Grundantaganden

Risikfaktorerna ränta, valutakurs och inflation antas vara normalfördelade.

Svensk nominell skuld och valutaskulden antas ha samma andel årliga förfall (25 procent). Realskulden antas ha en lägre andel årliga förfall (5 procent).

Beräkningen avser *skillnad mot förväntad kostnad*, inte absolut kostnadsnivå. Grundantagandet är oförändrade räntor, oförändrad valutakurs, två procents inflation och att primärsaldot blir *som prognosticerat*.

Effekt på kostnaden av en ränteuppgång

(Ekv. 1)

$$\Delta C_r = \Delta r \times S (FP_{nom} \times (1 - w_{real}) + FP_{real} \times w_{real} \times 0,5)$$

- där ΔC_r = kostnadsökning i miljarder kronor
 Δr = ränteförändring
 S = statsskuld i miljarder kronor
 FP = förfalloprofil
 w = andel
 nom = subindex för nominell skuld
 $real$ = subindex för real skuld

Notera: Svenska och utländska räntor antas röra sig ett till ett. Realräntor antas röra sig hälften så mycket som nominella räntor (därför faktorn 0,5 i ekvationen).

Effekt på kostnaden av en kronförsvagning

(Ekv. 2)

$$\Delta C_{FX} = \Delta FX \times w_{FX} \times S \times (K_{FX} + FP_{nom})$$

- där ΔFX = valutakursförändring (försvagning)
 K = kupong
 FX = subindex för valutaskuld

Effekt på kostnaden om inflationen blir högre än förväntat

(Ekv. 3)

$$\Delta C_\pi = (\pi - \pi^e) \times w_{real} \times S \times (K_{real} + FP_{real})$$

- där π = verklig inflation
 π^e = förväntad inflation (i Sveriges fall 2 procent)

Lånebehovseffekter

Det primära lånebehovet kan bli större än väntat. Det antas bli finansierat enligt hur skulden är sammansatt. Räntan på de nya lånen antas bli skuldens genomsnittliga kupong plus 1,96 standardavvikelser på räntan.³

(Ekv. 4)

$$\Delta C_{PSBR} = (K + 1,96\sigma_r) \Delta PSBR$$

- där $K + 1,96\sigma_r$ = den ränta som ökade lånebehovet ska finansieras till
 $\Delta PSBR$ = oväntad ökning i primärlånebehovet

Primärlånebehovet skulle kunna modelleras relativt övriga variabler, baserat på historisk korrelation. Men primärlånebehovet

² I framställningen av denna pm upptäckte jag ett fel i beräkningarna. Felet är att jag beräknat ett tvåsidigt konfidensintervall istället för ett ensidigt som var avsikten. Det innebär att det verkliga 95 procents RCaR i själva verket är 97,5 procents RCaR. Felet påverkar dock inte våra kvalitativa slutsatser i förslaget till riktlinjer.

³ Antalet standardavvikelser får naturligtvis anpassas efter vilken konfidens man har på RCaR-måttet.

påverkas av en mängd faktorer som då inte ingår, t.ex. BNP-utveckling, utförsäljning av statliga företag och andra politiska beslut. Vi har därför valt att inte göra det utan ha primärlånebehovet som en *statisk* variabel.

Ökade räntekostnader leder i princip också till större lånebehov, som måste finansieras. Det blir s.a.s. en "kostnad på kostnadsökningen". Men detta är en andra ordningens effekt som exkluderats i beräkningarna.

Sammanvägd risk

Från ekvationerna (1), (2) och (3) kan vi beräkna faktorkänsligheter för de tre riskfaktorerna. Tillsammans med historiska eller optionsimplicita standardavvikelser kan man beräkna standardavvikelser för kostnadsuppgångar per riskfaktor.

Faktorkänsligheter erhålls genom att ekvationerna (1), (2) och (3) divideras med förändringen i respektive riskfaktor och multipliceras med standardavvikelsen i respektive faktor.

$$\sigma_c^r = \frac{\Delta C_r}{\Delta r} \times \sigma_r \quad (\text{Ekv. 5})$$

$$\sigma_c^{FX} = \frac{C_{FX}}{FX} \times \sigma_{FX} \quad (\text{Ekv. 6})$$

$$\sigma_c^\pi = \frac{\Delta C_r}{(\pi - \pi^e)} \times \sigma_{(\pi - \pi^e)} \quad (\text{Ekv. 7})$$

där exempelvis σ_c^r betyder standardavvikelsen i kostnadsuppgång baserat på ränteförändring och σ_r är standardavvikelse i riskfaktorn ränta.

Eftersom korrelationen mellan riskfaktorerna inte är ett, kommer den totala risken att vara mindre än summan av riskerna var för sig. Den sammanvägda risken är

$$\sigma_c = \sigma^T \Omega \sigma \quad (\text{Ekv. 8})$$

där Ω betecknar korrelationsmatrisen mellan riskfaktorerna och σ är en kolonnvektor med standardavvikelser per riskfaktor. Om man lägger till den (statiska) oväntade ökningen av det primära lånebehovet, blir ekvationen:

$$\sigma_c = \sigma^T \Omega \sigma + \Delta C_{PSBR} \quad (\text{Ekv. 9})$$

Exempel på hur relativ Cost-at-Risk beräknas

Den svenska statsskulden uppgick i slutet av juli 2003 till 1 193 miljarder kronor. Andelen förfall inom ett år antas vara 25 procent för nominell skuld och valutaskuld, och 5 procent för realskulden. Andelen valutaskuld var 28,9 procent, andelen realskuld 13,7 procent. Snittkupongen antas vara fem procent.

$$\begin{aligned} \Delta C_r &= \Delta r \times S \times (FP_{nom} \times (1 - w_{real}) + FP_{real} \times w_{real} \times 0,5) \\ \Delta C_r &= \Delta r \times 1193 \times (0,25 \times (1 - 0,137) + 0,05 \times 0,12 \times 0,5) \\ \Delta C_r &= \Delta r \times 261,0 \end{aligned} \quad (\text{Ekv. 1})$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{FX} &= \Delta FX \times w_{FX} \times S \times (K_{FX} + FP_{nom}) \\ \Delta C_{FX} &= \Delta FX \times 0,289 \times 1193 \times (0,05 + 0,25) \\ \Delta C_{FX} &= \Delta FX \times 103,4 \end{aligned} \quad (\text{Ekv. 2})$$

$$\begin{aligned} \Delta C_\pi &= (\pi - \pi^e) \times w_{real} \times S \times (K_{real} + FP_{real}) \\ \Delta C_\pi &= (\pi - \pi^e) \times 0,137 \times 1193 \times (0,05 + 0,05) \\ \Delta C_\pi &= (\pi - \pi^e) \times 16,3 \end{aligned} \quad (\text{Ekv. 3})$$

Historiska data för perioden 1994 – 2002 ger följande standardavvikelser (för tolv månadersförändringar):

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_{FX} \\ \sigma_\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,61\% \\ 6,42\% \\ 1,12\% \end{bmatrix}$$

Det betyder att vektorn med standardavvikelser för kostnadsuppgångar i de tre faktorerna är

$$\begin{bmatrix} \sigma_c^r \\ \sigma_c^{FX} \\ \sigma_c^\pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,61\% \times 261,0 \\ 6,42\% \times 103,4 \\ 1,12\% \times 16,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,202 \\ 6,638 \\ 0,196 \end{bmatrix}$$

Korrelationsmatrisen för tolv månadersförändringar för samma period är

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0,11 & 0,55 \\ 0,11 & 1 & -0,02 \\ 0,55 & -0,02 & 1 \end{bmatrix}$$

Den sammanvägde variansen för oväntade kostnadsuppgångar blir då

$$\begin{bmatrix} 4,202 & 6,638 & 0,196 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,11 & 0,55 \\ 0,11 & 1 & -0,02 \\ 0,55 & -0,02 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4,202 \\ 6,638 \\ 0,196 \end{bmatrix} = 68,7 \quad (\text{Ekv. 8})$$

och standardavvikelsen därmed kvadratroten ur 68,7, som är lika med 8,3 miljarder kronor. Det betyder att med 67 procents sannolikhet kommer den faktiska skuldkostnaden för nästa år att avvika med maximalt 8,3 miljarder kronor från prognosen.

I Cost-at-Risk-beräkningar är vi bara intresserade av risken att kostnaden blir större än förväntat. Vi kan då säga att kostnaden med 95 procents sannolikhet inte blir mer än $8,3 \times 1,96 = 16,3$ miljarder kronor högre än prognosticerat.

Om det primära lånebehovet samtidigt försämras med 20 miljarder kronor ökar kostnaden ytterligare:

$$\begin{aligned}\Delta C_{PSBR} &= (K + 1,96 \sigma_f) \Delta PSBR \\ \Delta C_{PSBR} &= (0,05 + 1,96 \times 0,0161) \times 20 \\ \Delta C_{PSBR} &= 1,63\end{aligned}$$

(Ekv. 4)

Ett överraskande stort lånebehov samtidigt som räntor, valutakurs och inflation utvecklas negativt kan alltså ge en oväntad uppgång i kostnaden på omkring 18 miljarder kronor.

5. Data för beräkningarna

Historiska beräkningar

Tolvmånaders statsskuldväxlar används som mått på ränteuppgång. Det är en rimlig approximation dels för att en stor del av upplåningen varje år görs i växlar, dels för att större delen av avkastningskurvans rörelser förklaras av parallellskift.

Valutakursförändringen mäts som förändringen i en korg med 35 procent USD och 65 procent EUR. Det är en approximation för valutaskuldens faktiska sammansättning. Dollarandelen motsvarar ungefär summan av andelen USD, GBP och JPY.

Inflation mäts som tolv månaders förändring KPI.

Månatliga data har använts och alla historiska serier har hämtats från databasprogrammet EcoWin.

Vi använder årsförändringar i månadsdata. Det betyder att till exempel perioden 1998 till 2002 innehåller underliggande månadsdata mellan januari 1997 och december 2002.

Optionsimplicita beräkningar

Implicit volatilitet för ettåriga swaptioner med start om ett år har använts för att approximera risken för ränteuppgång på ett års sikt.

Implicit volatilitet för valutaoptioner på USD och EUR mot SEK har använts för att approximera risken för försvagning av kronan på ett års sikt. De två implicita volatilitetsmått har viktats linjärt, dvs. utan hänsyn till att korrelationen mellan USD/SEK och EUR/SEK kan vara mindre än ett.

Inflationsosäkerhet och korrelation approximeras även med denna metod med historiska data. Årsförändringar under perioden dec-2001 till dec-2002 används för båda parametrarna.

6. Referenser

"Statsskuldens förvaltning – förslag till riktlinjer", dnr 2003/1665, Riksgäldskontoret.

"Duration, förfalloprofil och risken för ökade kostnader för statskulden", rapport, dnr 2003/1590, Riksgäldskontoret.



**RIKSGÄLDS
KONTORET**

THE SWEDISH NATIONAL DEBT OFFICE