

# STATSUPPLÅNING

BILAGA: LÖPTID & RISK

# 2006:3



# LÖPTID OCH RISK

Till årets riktlinjeförslag utvecklade Riksgälden en simuleringsmodell för att kvantifiera den risk som statsskulden är förknippad med vid olika val av löptid. Resultaten tyder på att risken med en kort löptid i skulden är begränsad. En löptid i skuldportföljen på exempelvis ett år medför en Cost at Risk på 17 miljarder kronor på ett års sikt. Det är endast 1,3 miljarder kronor mer än den Cost at Risk som dagens femåriga skuld är förknippad med.

I riktlinjerna för statsskuldsvärdningen 2006 efterlyser regeringen en analys av förutsättningarna för ett samlat löptidsmått för hela statsskulden. Syftet med ett samlat löptidsmått är att ge en helhetssyn på avvägningen mellan förväntad kostnad och risk. Ett riktvärde för löptiden i hela skulden ökar möjligheterna att balansera ett ökat risktagande i ett skuldslag med en minskning av risken i en annan del av skulden.

I denna artikel – som återfinns i en mer utförlig version i årets riktlinjeförslag – analyserar vi risk/löptidsaspekten genom att i en simuleringsmodell kvantifiera den risk som statsskulden är förknippad med vid olika val av löptid. Målet är att resultaten ska kunna fungera som vägledning i valet av statsskuldens samlade löptid.

I modellen genererar vi räntor (för kronaskuld såväl som valutaskuld), inflation och växelkurs och beräknar, med hjälp av dessa, nominell kostnad och risk för olika upplåningsstrategier. I enlighet med regeringens riktlinjer mäts kostnaderna som de genomsnittliga emissionsräntorna (det engelska uttrycket är *running yield*) och risken som variationen i de genomsnittliga emissionsräntorna. Mer precist definierar vi vårt riskmått som skillnaden mellan medianen och den 95-procentiga percentilen i vår simulerade kostnadsfördelning. Vi kallar detta mått *Running Yield at Risk (RYaR)* och det visar hur mycket högre än förväntat den genomsnittliga emissionsräntan kan bli med 5 procents sannolikhet.

Resultaten visar att risken minskar med skuldens löptid. Riskminskningen avtar dock snabbt då löptiden förlängs. Resultaten visar också att risken är beroende av vilket tidsperspektiv vi har. Vid en genomsnittlig löptid i skulden på exempelvis tre år är RYaR 1,2 procentenheter på ett års sikt och 1,7 procentenheter på 5 års sikt. Uttryckt i kronor, dvs Cost at Risk, motsvarar detta en risk på 15 respektive 22 miljarder kronor.

## KOSTNAD OCH RISK FÖR DE OLIKA SKULDSLAGEN

För att analysera risken i statsskulden måste vi ha en klar definition av vad vi ska betrakta som kostnad. Kostnaderna definieras i proposition 1997/98:154 som de periodiserade ränteutgifterna. Enligt riktlinjerna för statsskuldsvärdningen ska dessa mätas i termer av genomsnittlig emissionsränta,

vilken är ett mått på de periodiserade ränteutgifterna i förhållande till skuldens storlek.

Denna definition tar dock främst sikte på den nominella kronaskulden. För att kvantifiera den risk som real- och valutaskulden är förknippad med, och därmed möjliggöra en beräkning av den totala risken i skulden, måste vi även beakta effekten av inflation och växelkursförändringar. I analysen beaktas dessa effekter på två olika sätt. Dessa beskrivs i mer detalj nedan.

## Stockeffekten inkluderas i kostnadsmaåttet

I normalfallet är real upplåning och valutaupplåning förknippad med större risk än nominell kronaupplåning. Detta beror på att vi mäter kostnaderna för statsskulden i nominella kronor. Hur mycket av kostnaderna vi låser in (dvs hur mycket risk vi tar) när vi ger ut en obligation beror alltså på valet av skuldslag.

När vi ger ut en nominell kronobligation förbinder vi oss betala en given nominell ränta till investeraren. Investeraren får således bära både realränte- och inflationsrisken.

När vi emitterar realobligationer är det staten som bär inflationsrisken. Vi förbinder vi oss att betala en given realränta samt att kompensera investeraren för inflationen under realobligationens löptid. En realobligation kan ses som en kombination av en obligation, som kostar ett visst belopp motsvarande realräntan vid emissionstillfället, och rörlig upplåning vars kostnad motsvarar realiserad inflation. Genom att vi endast låser in realräntan när vi ger ut en realobligation är risken större än om vi emitterar en nominell obligation, givet löptid.

För att beräkna kostnaden per skuldhet för realskulden justerar vi den genomsnittliga reala emissionsräntan ( $r^r$ ) för inflationen under perioden ( $\Delta p/p_t$ ) och adderar inflationsuppräknings av skulden. Kostnaden för realskulden för perioden  $t$  till  $t+1$  uttryckt i nominella termer ges därmed av:

$$i^r = r^r(1 + \Delta p/p_t) + \Delta p/p_t. \quad (1)$$

När vi lånar i utländsk valuta låser vi in den utländska nominella räntan under lånets löptid. Kostnaden uttryckt i kronor beror på hur växelkursen utvecklas. Volatiliteten

i växelkursen gör att valutaupplåning är förknippad med större risk än nominell upplåning. Kostnaden per enhet valutaskuld beräknar vi genom att justera den genomsnittliga emissionsräntan ( $r^{fx}$ ) med förändringen i växelkursen ( $\Delta fx/fx_t$ ) och addera marknadsvärdesförändringen som orsakats av en förändrad växelkurs. Kostnaden för valuta-skulden för perioden  $t$  till  $t+1$  kan därmed skrivas som:

$$i^{fx} = r^{fx}(1 + \Delta fx/fx_t) + \Delta fx/fx_t \quad (2)$$

### Kostnaden utan stockeffekt

Huruvida stockeffekten, dvs växelkursens påverkan på de utestående skuldvolymerna, verkligen ska tas med i det kostnadsuttryck som ligger till grund för riskanalysen kan dock diskuteras. Om vi studerar en längre tidsperiod finns det mycket som talar för att tillfälliga variationer i växelkursen på sikt tar ut varandra och därmed inte påverkar den långsiktiga kostnaden. Vi tar hänsyn till detta genom att även beräkna risken utifrån följande kostnadsuttryck:

$$i^{fx} = r^{fx}(1 + \Delta fx/fx_t) \quad (3)$$

När det gäller kostnaden för realskulden påverkas den givetvis av inflationen. Då Riksbanken har förbundit sig att långsiktigt hålla inflationen på två procent kan det dock vara intressant att studera risken i realskulden om inflationskompensationen på manteln fördelas jämt över obligationens löptid. En sådan utjämnning – som alltså innebär att vi på lång sikt ser inflationen som en säker kostnad på två procent om året – ger följande kostnadsuttryck:

$$i^r = r^r(1 + \Delta p/p_t) + \Delta \bar{p}/p \quad (4)$$

där  $\Delta \bar{p}/p$  anger den genomsnittliga inflationen. Då denna term inte varierar kommer risken endast att genereras av variationer i den genomsnittliga emissionsräntan och inflationskompensationen på kupongbetalningarna.

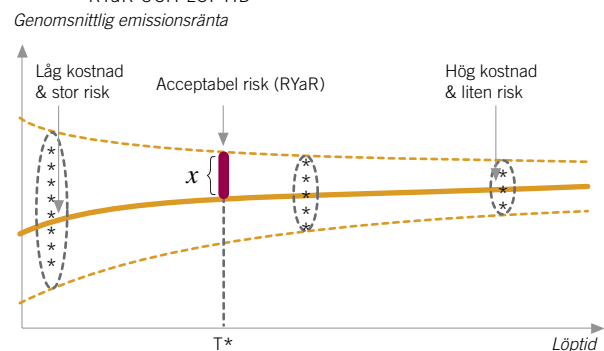
### KOPPLINGEN MELLAN RISK OCH LÖPTID

Den risk vi är intresserade av att kontrollera är att den genomsnittliga emissionsräntan inte blir alltför hög. Lån med kort löptid ger i allmänhet upphov till en mer volatil genomsnittlig emissionsränta än lån med lång löptid. Detta är ett resultat av att korta lån måste sättas om ofta vilket ökar exponeringen för svängningar i det allmänna ränteläget.

Avkastningskurvor har dock generellt positiv lutning. Det innebär att det är billigare att låna på korta löptider än på långa. Valet av löptid är följaktligen en avvägning mellan

låg kostnad och hög risk för kort upplåning och hög kostnad och låg risk för lång upplåning. Figur 1 visar en stiliserad bild av detta samband. De ovala markeringarna symboliserar spridningen i den genomsnittliga emissionsräntan vid olika löptider. Spridningen är, som nämnts ovan, störst vid kort löptid och minskar när vi ökar löptiden.

Figur 1. GENOMSNITTLIG EMISSIONSRÄNTA, RYAR OCH LÖPTID



I figuren är även konfidensintervall inritade. Dessa ska tolkas som den nivå inom vilken räntan med en viss sannolikhet håller sig innanför. Avståndet mellan räntekurvan och konfidensintervallet anger RYaR för olika löptider i skulden. I figuren innebär en löptid på  $T^*$  en RYaR på  $x$  procentenheter. Riktvärdet för den genomsnittliga räntebindningstiden kan ses som ett närmevärde för den kombination av kort och lång upplåning som ger den önskade avvägningen mellan kostnad och risk.

### SIMULERINGSMODELLEN

I avsnittet nedan presenterar vi simuleringsmodellen mer i detalj, den som mest intresserar sig för modellresultaten kan med fördel hoppa över avsnittet och gå direkt till resultaten.

Målet med modellen är att den ska ge vägledning i valet av den sammanlagda skuldens löptid. För att uppnå målet behöver vi realistiska utsagor om framtida kostnader för skuldens olika delar. Med andra ord behöver vi modellera stokastiken i räntorna (för kronskuld såväl som valuta-skuld), inflationen och växelkursen.

I modellen låter vi variablerna följa stationära stokastiska processer som varierar runt långsiktiga medelvärden.<sup>1</sup> I den slutliga parametreringen av simuleringsmodellen

<sup>1</sup> Då det är extremt svårt att särskilja stokastiken i många ekonomiska dataserier från rena slumpvandringar har vi också låtit räntorna och kronkursen följa  $s$   $k$  random walk-processer. Se "Statsskuldens förvaltning: förslag till riktlinjer 2007–2009".



förlitar vi oss i stor utsträckning på estimerade historiska samband men också på (förhoppningsvis realistiska) antaganden om framtiden.

Med hjälp av de simulerade värdena på våra variabler beräknar vi den nominella kostnaden för realskuld och valutaskuld med olika löptid enligt ekvation (1) – (4) (kostnaden för den nominella kronskulden sammanfaller förstas med de genomsnittliga simulerade nominella räntorna). Vi är då slutligen i en position där vi kan studera hur volatiliteten i kostnaderna (dvs risken) påverkas av löptidsvalet.

### Specifikation av avkastningskurvorna

I detta arbete använder vi oss av en metod utvecklad av Diebold och Li för att estimerar dynamiken i de olika skuldslagets avkastningskurvor.<sup>2</sup> Diebold och Li utgår från att avkastningskurvorna är av Nelson-Siegeltyp och att de har följande funktionsform:

$$r_t^j(\tau) = \beta_{1t}^j + \beta_{2t}^j \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\tau \lambda_t} \right) + \beta_{3t}^j \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\tau \lambda_t} - e^{-\lambda_t \tau} \right) + \varepsilon_t^j \quad (5)$$

Nelson-Siegelkurvan ger en approximation av räntan,  $r_t^j(\tau)$ , på obligationer och statskuldväxlar med olika löptid ( $\tau$ ) i de tre skuldslagen ( $j$ ) i tidpunkt  $t$ .

Parametrarna  $\beta_{1t}^j$ ,  $\beta_{2t}^j$ ,  $\beta_{3t}^j$ , är tre latenta dynamiska faktorer och parametern  $\lambda_t$  i vikterna på  $\beta_{2t}^j$  och  $\beta_{3t}^j$  styr hur snabbt funktionerna (vikterna) går mot noll. Ett litet värde på  $\lambda_t$  ger långsamt avtagande funktioner och bättre anpassning av avkastningskurvan vid långa löptider, medan ett stort lambda innebär det omvända.  $\lambda_t$  styr också vid vilken löptid som vikten på  $\beta_{3t}^j$  når sitt maximum.

Ett viktigt resultat som Diebold och Li pekar på i den ovan nämnda uppsatsen är att de tre tidsvarierande faktorerna kan tolkas som avkastningskurvans nivå, lutning och kurvatur och att dynamiken i faktorerna (och därmed avkastningskurvan) kan estimeras med tidsseriemodeller.

Faktorn  $\beta_{1t}^j$  är starkt relaterad till nivån på kurvan. För att se detta låter vi löptiden gå mot oändligheten och finner att  $r_t(\infty) = \beta_{1t}^j$ . Vidare ser vi att en förändring i  $\beta_{1t}^j$  parallellskiftar hela kurvan då vikten är identisk (=1) oavsett löptid.

Lutningen på kurvan är kopplad till faktorn  $\beta_{2t}^j$ . Detta ses genom att  $-\beta_{2t}^j = r_t(\infty) - r_t(0)$ . Att  $\beta_{2t}^j$  kan tolkas som räntekurvans lutning förstås intuitivt genom att exempelvis en ökning i  $\beta_{2t}^j$  ökar korta räntor mer än långa räntor – vikten på  $\beta_{2t}^j$  är ju större där – vilket direkt ger en flackare avkastningskurva.

Slutligen visar Diebold och Li att faktorn,  $\beta_{3t}^j$ , är kopplad

till avkastningskurvans kurvatur. Anledningen är att en ökning i  $\beta_{3t}^j$  har liten effekt på mycket korta och mycket långa räntor, men ökar medellånga räntor vilket innebär en ökad kurvatur.

### Estimering av avkastningskurvorna

Vi använder månadsdata från och med januari 1996 till och med mars 2006 för att estimerar avkastningskurvorna månadsvis. För löptider under ett år använder vi räntan på deposits och för löptider på ett år och längre använder vi swappräntor, se tabell 1 för deskriptiv statistik. För att slippa estimerar avkastningskurvor för var och en av de valutor som ingår i valutaskulden har vi viktat ihop räntorna i dessa valutor i enlighet med Riksgäldens valutariktmärke. På så sätt skapar vi en tidsserie med "utlandskurvor".

Då staten i huvudsak använder obligationer för sina långa lån vore det att föredra om vi kunde använda oss av (nollkupong)räntor på statsobligationer i skattningarna. Swappräntor tenderar att vara både något högre och något mer volatila än statsobligationsräntor. Tillräckligt långa tids-serier för nollkupongräntor är dock inte tillgängliga i dagsläget. Vidare finns information om benchmarkräntor endast för den nominella kronskulden och valutaskulden. Hur vi löser problemet med räntorna på realskuld diskuteras på sidan 22.

Tabell 1. Deskriptiv statistik, nominella räntor, jan 1996 – mars 2006

Löptid, (månader)	Svenska räntor		Utlandsräntor	
	Medel-värde, %	Standard-avvikelse	Medel-värde, %	Standard-avvikelse
1	3,7	1,3	3,0	0,8
3	3,7	1,2	3,0	0,8
4	3,8	1,2	3,1	0,8
9	3,9	1,2	3,1	0,9
12	4,1	1,2	3,2	0,9
24	4,4	1,2	3,5	0,9
36	4,8	1,3	3,7	0,8
48	5,0	1,3	4,0	0,8
60	5,2	1,3	4,2	0,8
72	5,3	1,3	4,3	0,9
84	5,4	1,3	4,5	0,9
96	5,5	1,3	4,6	0,9
108	5,6	1,3	4,7	0,9
120	5,7	1,3	4,8	0,9

När det gäller estimeringen av parametrarna i ekvation (5) följer vi praxis och låser värdet på lambda. Detta medför

<sup>2</sup> Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields (NBER 2003).

att vi kan beräkna värdet på regressorerna för varje löptid och estimerar betaparametrarna med en vanlig OLS för varje månad. Förutom att skattningarna blir mycket enklare blir de också, enligt Diebold och Li, pålitligare än om även lambda estimeras. Detta på grund av att vi ersätter en mängd instabila numeriska optimeringar med robusta OLS-regressioner.

Diebold och Li väljer att sätta lambda till 0,0609. Lambda bestämmer vid vilken löptid vikten på faktorn  $\beta_{3t}^j$  (dvs kurvaturen) är som störst. Den amerikanska räntekurvan anses allmänt uppvisa störst kurvatur vid 2–3 års löptid, det värde på lambda som maximerar vikten mitt i det intervallet, dvs vid 30 månader, är just 0,0609. Applikerar vi denna metod på den tidsperiod och de marknader vi studerar i denna promemoria ser vi att kurvaturen på den svenska nominella avkastningskurvan har haft sitt maximum vid ca 4 års löptid medan den hypotetiska utlandskurvan uppvisat störst kurvatur vid ca 5 års löptid. Detta ger ett lambda på 0,037 på den svenska marknaden och ett "utlandslambda" på 0,030.

Efter att vi låst lambdaparametrarna och estimerat ekvation (5) månad för månad till våra ränteserier får vi tidsserier med betavärden. I tabell 2 visar vi medelvärden och standardavvikelser för de skattade betaparametrarna och i figur 2 ritas vi upp de genomsnittliga verkliga avkastningskurvorna för tidsperioden och jämför med de som skattningarna ger.

Tabell 2. Estimeringsresultat, jan 1996 – mars 2006

Svenska kurvan	Medelvärde	Standardavvikelse
$\beta_1^n$	6,3	1,5
$\beta_2^n$	-2,7	1,0
$\beta_3^n$	-0,2	1,9
<i>Utlandskurvan</i>		
$\beta_1^{fx}$	5,8	1,1
$\beta_2^{fx}$	-2,9	1,1
$\beta_3^{fx}$	-1,1	1,6

### Dynamiken i avkastningskurvorna, växelkursen och inflationen

Variablerna i modellen – betaparametrarna, inflationen och växelkursen – följer stationära stokastiska processer (s k Ornstein-Uhlenbeckprocesser). Det dynamiska samband som vi utgår från är:

$$dX = \alpha(\bar{X} - X)dt + \sigma dz \quad (6)$$

Där  $\alpha(>0)$  är den hastighet varmed variabeln  $X$  återvänder till sin "normalnivå"  $\bar{X}$  från ett visst realiserat värde  $X$ .  $dz$  är ett increment från en Wienerprocess med volatiliteten  $\sigma$ . Diskretiserar vi ekvation (6) får vi:

$$\begin{aligned} X_{t+\Delta t} &= X_t + \alpha(\bar{X} - X_t)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_{t+\Delta t}, \\ &= \alpha\bar{X}\Delta t + (1 - \alpha\Delta t)X_t + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_{t+\Delta t}, \\ &= a + bX_t + \eta_{t+\Delta t}. \end{aligned} \quad (7)$$

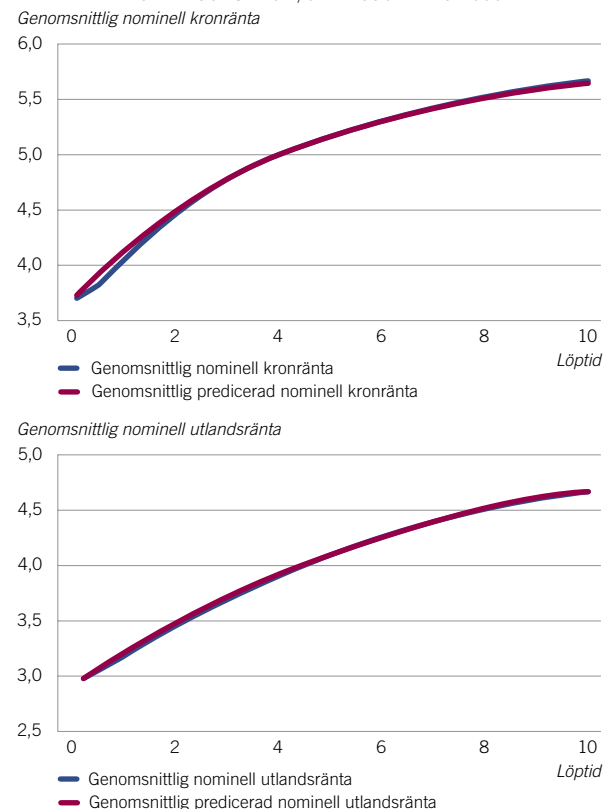
En vanlig AR(1)-process där  $\eta_{t+\Delta t}$  är normalfördelat brus ( $\epsilon_{t+\Delta t}$  är "standard normal"). För att "få tag i" parametrarna i vår grundmodell skattar vi således ekvation (7) med OLS (för var och en av våra åtta variabler) och beräknar sedan:

$$\hat{\alpha} = \frac{1-b}{\Delta t}, \quad (8)$$

$$\hat{\bar{X}} = \frac{a}{1-b} \text{ och} \quad (9)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\text{var}(\eta_{t+\Delta t})}{\Delta t}}. \quad (10)$$

Figur 2. GENOMSnittliga VERKLIGA OCH PREDICERADE AVKASTNINGSKURVOR, JAN 1996-MARS 2006



Då vi använder annualiserad månadsdata i våra skattningar har vi att  $\Delta t = 1/12$ . På samma sätt som för utlandsrännorna skattas växelkursdynamiken utifrån ett index som beskriver hur kronan förhåller sig till ett vägt genomsnitt av de valutor som ingår i valutaskulden. För att inte överskatta volatiliteten i inflationen respektive växelkursen använder vi säsongrensade data när vi estimerar dessa (12-månadersförändringar).

Resultaten från övningarna – som alltså med viss modifiering ska användas som input i simuleringarna – återges i Tabell 3.

**Tabell 3. Parameterestimat, stationära processer, jan 1996 – mars 2006**

Svenska kurvan	$\alpha$	$\bar{X}$	$\sigma$
$\beta_1^n$	0,32	4,69	0,84
$\beta_2^n$	0,67	-2,90	1,04
$\beta_3^n$	0,97	0,28	2,44
<i>Utlandskurvan</i>			
$\beta_1^x$	0,31	4,39	0,58
$\beta_2^x$	0,31	-1,72	0,73
$\beta_3^x$	1,21	-0,61	2,34
Inflation ( $\pi$ )	0,74	0,94	1,18
Växelkurs (FX)	0,49	8,38	0,34

### Kalibrering av simuleringsmodellen

Den fulla simuleringsmodellen består av elva ekvationer. Vi har tre ekvationer för vart och ett av de tre skuldslagen som styr hur avkastningskurvan i respektive skuldslag utvecklas över tiden, samt en ekvation vardera för inflations- och växelkursutvecklingen. I föregående avsnitt estimerade vi dock endast åtta ekvationer; tre ekvationer för realräntekurvan saknas.

Då data över realräntor inte finns har vi valt att kalibrera den reala avkastningskurvan utifrån den svenska nominella kurvan. Det betyder att skillnaden mellan kurvorna i genomsnitt uppgår till förväntad inflation (= Riksbankens inflationsmål på två procent). Vad gäller den reala kurvans lutning och kurvatur antar vi att dessa i genomsnitt överensstämmer med den nominella kurvans. Innebörden av detta är att det i modellen – i genomsnitt – är lika dyrt att låna reallt som nominellt givet en viss löptid. Variansen i realkurvan (de tre betafaktorerna) har vi uppskattat till hälften av variansen i den nominella kurvan genom att jämföra volatiliteten hos en syntetisk 10-årig realobligation med den 10-åriga nominella räntan.<sup>3</sup>

De simulerade avkastningskurvorna parametreras utifrån den genomsnittliga svenska kurvan från och med januari år 2000. Med andra ord använder vi "svenska" beta- och lambdavärden även för den utländska avkastningskurvan. Innebörden av detta är att vi förutsätter att den förväntade kostnaden för upplåning i utländsk valuta överensstämmer med upplåning i SEK.

I kalibreringen av modellen har vi dessutom valt att frångå regressionsresultaten i föregående avsnitt när det gäller den framtida inflationsprocessen. I simuleringarna skalar vi ner den uppskattade volatiliteten med 20 procent. Vi anser att en nedskalning är motiverad på grund av att den tidsperiod som vi studerar i stort sett ligger i direkt anslutning till beslutet om en ny penningpolitisk regim. Det är inte osannolikt att tro att en sådan period är förknippad med större inflationsosäkerhet än då den nya regimen har "satt sig".

Resultaten i föregående avsnitt, nedskalningen av volatiliteten i inflationsprocessen och antagandet om hur de framtida genomsnittliga räntekurvorna ser ut ger då följande dynamiska processer:

$$\begin{bmatrix} \beta_{1t+1}^n \\ \beta_{2t+1}^n \\ \beta_{3t+1}^n \\ \beta_{1t+1}^r \\ \beta_{2t+1}^r \\ \beta_{3t+1}^r \\ \beta_{1t+1}^x \\ \beta_{2t+1}^x \\ \beta_{3t+1}^x \\ \pi_{t+1} \\ FX_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{1t}^n \\ \beta_{2t}^n \\ \beta_{3t}^n \\ \beta_{1t}^r \\ \beta_{2t}^r \\ \beta_{3t}^r \\ \beta_{1t}^x \\ \beta_{2t}^x \\ \beta_{3t}^x \\ \pi_t \\ FX_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,32 \\ 0,67 \\ 0,97 \\ 0,32 \\ 0,67 \\ 0,97 \\ 0,31 \\ 0,31 \\ 1,21 \\ 0,74 \\ 0,49 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (5,6 - \beta_{1t}^n) \\ (-2,6 - \beta_{2t}^n) \\ (0 - \beta_{3t}^n) \\ (3,6 - \beta_{1t}^r) \\ (-2,6 - \beta_{2t}^r) \\ (0 - \beta_{3t}^r) \\ (5,6 - \beta_{1t}^x) \\ (-2,6 - \beta_{2t}^x) \\ (0 - \beta_{3t}^x) \\ (2,0 - \pi_t) \\ (8,21 - FX_t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,84 \varepsilon_{1t+1}^n \\ 1,04 \varepsilon_{2t+1}^n \\ 2,44 \varepsilon_{3t+1}^n \\ 0,60 \varepsilon_{1t+1}^r \\ 0,74 \varepsilon_{2t+1}^r \\ 1,73 \varepsilon_{3t+1}^r \\ 0,57 \varepsilon_{1t+1}^x \\ 0,73 \varepsilon_{2t+1}^x \\ 2,35 \varepsilon_{3t+1}^x \\ 0,94 \varepsilon_{t+1}^\pi \\ 0,34 \varepsilon_{t+1}^{FX} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Vi introducerar stokastik i processerna genom att i varje tidssteg – ett år – dra slumptal,  $\varepsilon$ , från en multivariat standardnormalfördelning. Processerna (dvs slumpталen) saknar autokorrelation och är korrelerade enligt Tabell 4.

En realistisk korrelationsstruktur i modellen är viktig då den direkt påverkar den diversifieringseffekt vi tillgodo gör oss då vi lånar på flera marknader och i flera skuldslag. I simuleringarna använder vi de skattade historiska korrelationerna mellan de åtta variabler som vi estimerar. För att få korrelationer mellan realkurvan och övriga variabler använder vi de reala betafaktorer vi skapat utifrån den nominella kurvans faktorer. Korrelationen mellan realfaktorerna och motsvarande nominella faktorer har satts till 0,7.

<sup>3</sup> Realobligationen skapar vi genom att vikta ihop de befintliga realobligationerna till en hybridobligation med tioårig löptid.

Vi får då följande korrelationsmatris:

Tabell 4. Korrelationsmatris, input i simuleringarna

	$\beta_1^n$	$\beta_2^n$	$\beta_3^n$	$\beta_1^r$	$\beta_2^r$	$\beta_3^r$	$\beta_1^{fx}$	$\beta_2^{fx}$	$\beta_3^{fx}$	FX	$\pi$
$\beta_1^n$	1.00	-0.58	-0.38	0.71	-0.42	-0.25	0.97	-0.75	-0.34	-0.64	-0.10
$\beta_2^n$	-0.58	1.00	0.38	-0.41	0.71	0.26	-0.48	0.68	0.24	0.45	0.37
$\beta_3^n$	-0.38	0.38	1.00	-0.27	0.27	0.70	-0.37	0.59	0.87	0.06	0.15
$\beta_1^r$	0.71	-0.41	-0.27	1.00	-0.29	-0.17	0.68	-0.53	-0.24	-0.45	-0.07
$\beta_2^r$	-0.42	0.71	0.27	-0.29	1.00	0.19	-0.35	0.49	0.17	0.32	0.26
$\beta_3^r$	-0.25	0.26	0.70	-0.17	0.19	1.00	-0.24	0.41	0.60	0.04	0.11
$\beta_1^{fx}$	0.97	-0.48	-0.37	0.68	-0.35	-0.24	1.00	-0.72	-0.45	-0.57	-0.01
$\beta_2^{fx}$	-0.75	0.68	0.59	-0.53	0.49	0.41	-0.72	1.00	0.53	0.39	0.04
$\beta_3^{fx}$	-0.34	0.24	0.87	-0.24	0.17	0.60	-0.45	0.53	1.00	-0.06	0.01
FX	-0.64	0.45	0.06	-0.45	0.32	0.04	-0.57	0.39	-0.06	1.00	0.50
$\pi$	-0.10	0.37	0.15	-0.07	0.26	0.11	-0.01	0.04	0.01	0.50	1.00

### SIMULERINGRESULTATEN

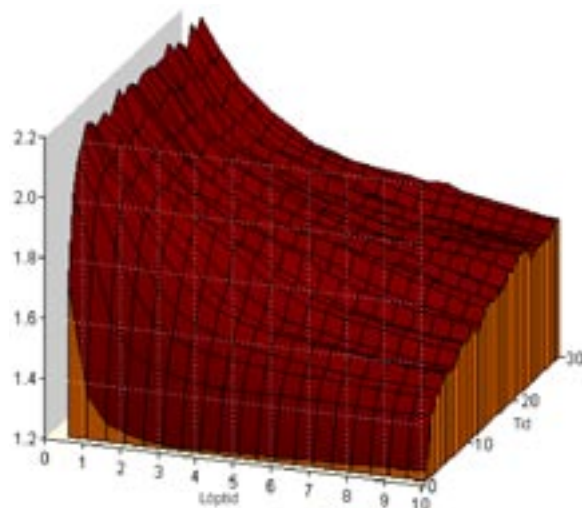
I simuleringarna "skickar vi iväg" 20 000 banor för våra stokastiska variabler; simuleringshorisonten är 30 år. För att få ett mått på den genomsnittliga emissionsräntan redan från år ett behöver vi en "lånehistoria" som är lika lång som vår längsta lånestrategi. Volatilitet uppstår då ett lån sätts om och marknadsräntan i tidpunkt  $t$  på instrument med en viss löptid ersätter räntan på det instrument som förfaller. Som en förenkling har vi i simuleringarna antagit att räntekurvorna varit konstanta, och lika med den simulerade genomsnittskurvan för perioden januari 2000 – mars 2006, under "lånehistorien".

Vi gör också några förenklande antaganden när det gäller de strategier som vi studerar. För det första utgår vi från att vi lånar "lika långt" i de olika skuldslagen och att vi i en given strategi rullar obligationer med en viss given löptid. Det betyder att vi för att uppnå en löptid på exempelvis fem år endast emitterar 10-åriga obligationer. För det andra antar vi att 20 procent av upplåningen är real kronupplåning, 15 procent är valutaupplåning och att resten lånas i nominella kronor.

Med dessa antaganden är det enkelt att – utifrån kostnadsdefinitionerna och de simulerade fördelningarna – beräkna den löptids- och horisontberoende risk som statsskulden är förknippad med. Resultaten återges i figur 3 och 4 samt tabell 5–8 nedan.

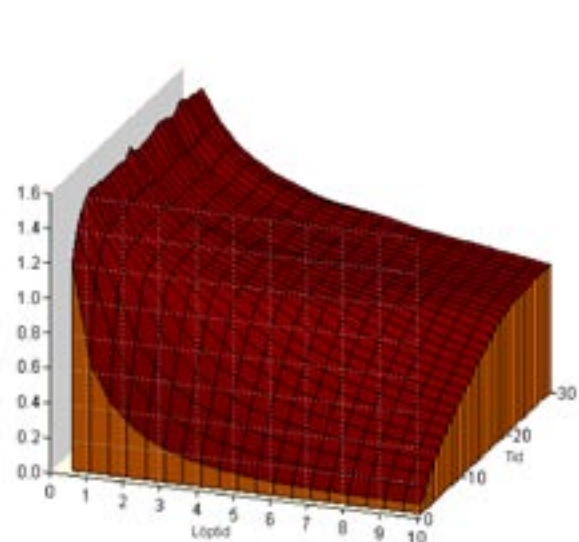
Figur 3. PORTFOLIO RUNNING YIELD AT RISK

Procentenheter och år



Figur 4. PORTFOLIO RUNNING YIELD AT RISK (utan stockeffekter)

Procentenheter och år





I figurerna – som visar RYaR i den sammanlagda skulden, med och utan den s k stockeffekten – ser vi (som väntat) att risken minskar med skuldens löptid och ökar ju längre fram i tiden vi blickar. Notera dock att den marginella riskminskningen avtar snabbt då löptiden förlängs och att det med en lång skuld dröjer innan "horisontrisken" planar ut.

I tabellerna redovisar vi RYaR – för totalskulden samt skuldens olika delar – på ett respektive fem års sikt för olika löptidsstrategier, samt vad denna RYaR kan "översättas" till i kronor och ören (Cost at Risk, CaR) givet dagens storlek på skulden (april 2006). Med en löptid på exempelvis fem år i totalskulden uppgår RYaR – då stockeffekterna tas med – till 1,25 procentenheter på ett års sikt. Detta motsvarar en CaR på 15,6 miljarder kronor.

Vi ser också tydligt att risken i valutaskuld och real-skuld i stor utsträckning beror av om vi tar med stockeffekterna eller ej. Med dessa inräknade är valutaskuld betydligt

riskablare än både realskuld och nominell inhemsk skuld, och realskuld i sin tur är mer riskabel än nominell kron-skuld. En riskrangordning som förändras ordentligt om vi inte räknar med dessa effekter. Då är i stället valutaskuld och realskuld – åtminstone om vi lånar kort – mindre riskabla än nominell kronskuld.

Sammantaget tolkar vi resultaten som att risken med att ha en förhållandevis kort löptid i skulden är mycket begränsad. En löptid i skuldportföljen på ett år innebär exempelvis att CaR på ett års sikt endast blir 1,2 miljarder kronor högre än vid en sammanlagd löptid i skuldportföljen på sju år. Vi kan utan att äventyra statsfinanserna sänka löptiden i hela statsskulden. Ett förslag till riktvärde för den sammanlagda skuldens löptid måste naturligtvis baseras på vad som är operativt hanterbart; resultaten pekar dock på att vi av riskskäl inte behöver "gå längre ut på kurvan" än så.

**Tabell 5. RYaR och CaR, procentenheter och mdkr, stationära processer med stockeffekt, tidshorisont 1 år**

Löptid	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
<i>RYaR</i>														
Nom SEK RYaR	1,43	0,75	0,50	0,37	0,29	0,23	0,19	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
Real RYaR	2,23	1,81	1,72	1,67	1,65	1,63	1,62	1,61	1,61	1,61	1,61	1,60	1,60	1,60
FX RYaR	7,05	7,06	7,09	7,12	7,15	7,16	7,19	7,20	7,21	7,22	7,23	7,24	7,24	7,25
Portfolio RYaR	1,68	1,36	1,28	1,25	1,24	1,23	1,24	1,24	1,25	1,25	1,26	1,26	1,26	1,26
<i>CaR</i>														
Nom SEK CaR	10,6	5,5	3,7	2,7	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6
Real CaR	4,7	3,8	3,6	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
FX CaR	20,3	20,4	20,5	20,6	20,6	20,7	20,7	20,8	20,8	20,8	20,9	20,9	20,9	20,9
Portfolio CaR	20,9	16,9	15,9	15,6	15,4	15,3	15,4	15,4	15,5	15,6	15,6	15,6	15,6	15,7

**Tabell 6. RYaR och CaR, procentenheter och mdkr, stationära processer med stockeffekt, tidshorisont 5 år**

Löptid	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
<i>RYaR</i>														
Nom SEK RYaR	1,81	1,53	1,38	1,23	1,08	0,91	0,78	0,69	0,61	0,55	0,51	0,47	0,44	0,41
Real RYaR	2,47	2,22	2,10	2,01	1,94	1,85	1,81	1,77	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70
FX RYaR	8,56	8,71	8,78	8,79	8,82	8,81	8,77	8,77	8,77	8,76	8,75	8,75	8,76	8,75
Portfolio RYaR	2,16	2,05	1,98	1,88	1,81	1,73	1,67	1,64	1,61	1,58	1,56	1,55	1,54	1,53
<i>CaR</i>														
Nom SEK CaR	13,4	11,4	10,2	9,1	8,0	6,8	5,8	5,1	4,6	4,1	3,8	3,5	3,2	3,0
Real CaR	5,2	4,7	4,5	4,3	4,1	3,9	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6
FX CaR	24,7	25,2	25,4	25,4	25,5	25,4	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3	25,3
Portfolio CaR	26,8	25,5	24,6	23,3	22,5	21,5	20,8	20,4	20,0	19,7	19,4	19,2	19,1	19,0



**Tabell 7. RYaR och CaR, procentenheter och mdkr, stationära processer utan stockeffekt, tidshorisont 1 år**

Löptid	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
<i>RYaR</i>														
Nom SEK RYaR	1,43	0,75	0,50	0,37	0,29	0,23	0,19	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09	0,08
Real RYaR	1,30	0,66	0,45	0,33	0,26	0,21	0,18	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10	0,09	0,09
FX RYaR	1,02	0,61	0,45	0,37	0,33	0,31	0,30	0,30	0,30	0,31	0,31	0,32	0,32	0,32
Portfolio RYaR	1,20	0,63	0,42	0,31	0,24	0,19	0,15	0,13	0,11	0,09	0,08	0,08	0,07	0,06
<i>CaR</i>														
Nom SEK CaR	10,6	5,5	3,7	2,7	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6
Real CaR	2,8	1,4	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
FX CaR	2,9	1,7	1,3	1,1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Portfolio CaR	14,9	7,8	5,3	3,9	3,0	2,3	1,9	1,6	1,4	1,2	1,0	0,9	0,9	0,8

**Tabell 8. RYaR och CaR, procentenheter och mdkr, stationära processer utan stockeffekt, tidshorisont 5 år**

Löptid	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
<i>RYaR</i>														
Nom SEK RYaR	1,81	1,53	1,38	1,23	1,08	0,91	0,78	0,69	0,61	0,55	0,51	0,47	0,44	0,41
Real RYaR	1,59	1,34	1,18	1,06	0,93	0,77	0,65	0,57	0,50	0,45	0,41	0,38	0,35	0,33
FX RYaR	1,26	1,12	1,03	0,94	0,86	0,75	0,69	0,64	0,61	0,59	0,57	0,56	0,55	0,54
Portfolio RYaR	1,52	1,30	1,17	1,06	0,93	0,78	0,68	0,60	0,54	0,49	0,45	0,42	0,39	0,37
<i>CaR</i>														
Nom SEK CaR	13,4	11,4	10,2	9,1	8,0	6,8	5,8	5,1	4,6	4,1	3,8	3,5	3,2	3,0
Real CaR	3,4	2,9	2,5	2,3	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,7
FX CaR	3,6	3,2	3,0	2,7	2,5	2,2	2,0	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,6
Portfolio CaR	18,9	16,1	14,6	13,2	11,5	9,7	8,4	7,4	6,7	6,1	5,6	5,2	4,8	4,6

Gunnar Forsling,  
 Analyschef

Erik Zetterström,  
 Analytiker